ANÁLISE COMBINATÓRIA

FATORIAL

$x \in \mathbb{R}$

$P_x = x!$

$= x(x-1)(x-2)\ldots$

$5! = 5.4.3.2.1 = 120$

$6! = 6.5.4.3.2.1 = 720$

$\frac{9!}{7!} = \frac{9.8.7!}{7!} = 72$

$\frac{8!}{10!} = \frac{8!}{10.9.8!} = \frac{1}{90}$.

PRINCÍPIO FUNDAMENTAL DA CONTAGEM

→ Arranjo
→ Permutação
→ Combinação

ARRANJO

$A_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!}$

Calcular $\underbrace{A_{4,2}}_{n\ p} + \underbrace{A_{5,2}}_{n\ p}$:

$\frac{4!}{(4-2)!} + \frac{5!}{(5-2)!} =$

$= \frac{4!}{2!} + \frac{5!}{3!} = \frac{4.3.2!}{2!} + \frac{5.4.3!}{3!}$

$= 12 + 20$

$= 32.$

PERMUTAÇÃO

n elementos
Arranjo de n elementos tomados de n a n:

$A_{n,n} = \frac{n!}{(n-n)!} = n!$

$0! = 1$

COMBINAÇÃO

n elementos tomados p a p qualquer subconjunto de A formado por p elementos:

$C_{n,p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$

$\underbrace{C_{10,4}}_{n\ p} = \frac{10!}{4!(10-4)!}$

$= \frac{10!}{4!.6!}$

$= \frac{10.9.8.7.6!}{4!.6!}$

$= \frac{\overset{5}{10}.9.\overset{3}{8}.\overset{4}{7}}{\underset{2}{4}.3.\underset{2}{2}}$

$= 5.3.4.7 = 210.$

$C_{4,4} = \frac{6!}{4!.2!}$

$= \frac{6.5.4!}{4!.2}$

$= \frac{30}{2}$

$= 15.$

INTENSIVO 23

UEA MACRO CG 2019

Para assistir a uma peça em determinado teatro, 5 amigos devem ocupar 5 poltronas posicionadas de forma consecutiva em uma mesma fileira. Aline, a única mulher do grupo, decidiu ocupar a poltrona do meio. Nesse caso, o número de maneiras diferentes que os 4 rapazes têm de se distribuírem nas poltronas restantes é

(A) 60
(B) 24.
(C) 120
(D) 48
(E) 40

r_1, r_2, r_3, r_4

A população de n elementos são os rapazes com n igual a 4 e p, o número de poltronas disponíveis.

$$A_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!}$$

Como $n = p = 4$:

$$A_{4,4} = \frac{4!}{(4-4)!} = \frac{4.3.2}{0!} = \frac{24}{1} = 24.$$

Eles podem se sentar de 24 formas diferentes nas poltronas.

INTENSIVO 23

UEA MACRO CG 2019

Para assistir a uma peça em determinado teatro, 5 amigos devem ocupar 5 poltronas posicionadas de forma consecutiva em uma mesma fileira. Aline, a única mulher do grupo, decidiu ocupar a poltrona do meio. Nesse caso, o número de maneiras diferentes que os 4 rapazes têm de se distribuírem nas poltronas restantes é

(A) 60
(B) 24.
(C) 120
(D) 48
(E) 40

r_1, r_2, r_3, r_4

A população de n elementos são os rapazes com n igual a 4 e p, o número de poltronas disponíveis.

$$A_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!}$$

Como $n = p = 4$:

$$A_{4,4} = \frac{4!}{(4-4)!} = \frac{4.3.2}{0!} = \frac{24}{1} = 24.$$

Eles podem se sentar de 24 formas diferentes nas poltronas.

INTENSIVO 23

UEA MACRO CG 2017

Para serem transportadas ao aeroporto, seis pessoas de uma mesma família, sendo dois adultos e quatro crianças, devem ocupar as duas primeiras fileiras de bancos de uma van, com três assentos em cada fileira. O número de maneiras diferentes pelas quais as seis pessoas podem distribuir-se nos assentos, de modo que os adultos ocupem sempre os dois assentos das extremidades da primeira fileira, é

(A) 96
(B) 18
(C) 24
(D) 48.
(E) 36

$A_1, A_2, C_1, C_2, C_3, C_4$

Na van:

A_1 _ _ A_2

_ _ _

A_2 C A_1
C C C

Pela troca de posições dos adultos, temos 2 combinações diferentes.

Fazendo a permutação de 4 crianças para 4 lugares:

$P_4 = 4! = 4.3.2 = 24$

$P_2 = 2! = 2$

Fazendo o produto:

$P_4 \cdot P_2 = 24 \cdot 2 = 48.$

Existem 48 formas diferentes da família se distribuir nos assentos da van, de forma que os adultos ocupem os dois assentos extremos da primeira fileira.

INTENSIVO 23

UEA MACRO CG 2013

Para embarques durante a safra de grãos, seis navios diferentes devem ser distribuídos entre dois portos, de modo que cada porto receba três navios. O número de formas diferentes de se fazer isso é

(A) 6
(B) 20.
(C) 9
(D) 12
(E) 18

$N_1, N_2, N_3, N_4, N_5, N_6$

P_1, P_2

P_1 { • N • N • N

P_2 { • N • N • N

Com tenos combinações diferentes para cada porto:

$$C_{n,p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

Para $n = 6$ e $p = 3$, então:

$$C_{6,3} = \frac{6!}{3!(6-3)!} = \frac{6!}{3! \cdot 3!}$$

$$C_{6,3} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3!}{3 \cdot 2 \cdot 3!}$$

$$C_{6,3} = 5 \cdot 4$$

$$\underline{C_{6,3} = 20}$$