Números Complexos

$a + bi$ → Parte Imaginária

└→ Parte real

$i = \sqrt{-1}$

$x^2 = -9$

$x = \pm\sqrt{-9}$

$x = \pm\sqrt{9.(-1)}$

$x = \pm\sqrt{9}.\sqrt{-1}$ $= i$

$x = \pm 3i$

Os números complexos podem ser escritos como $Z_1, Z_2, Z_3, \ldots$

Ex.

1) $2 + 3i$

2) $-1 + 4i$

Quando a parte real é nula, o nº é chamado imaginário puro.

$0a + bi$

$0 + bi$

bi

OPERAÇÕES

*Soma $Z_1 + Z_2$

$(a+bi) + (c+di) = (a+c) + (b+d)i$

Ex: $2+3i+1+2i$

$(2+1) + (3+2)i = 3 + 5i$

*Subtração $Z_1 - Z_2$

$(a+bi) - (c+di) = (a-c) + (b-d)i$

Ex. $5+2i-(13+2i)$

$(5-13) + (2-2)i$

$-8 + 0i = -8.$

$(6+3i) + (2+7i) = (6+2) + (3+7$

$= 8 + 10i$

$(6+3i) - (2+7i) = (6-2) + (3-7$

$= 4 + (-4)i \Rightarrow 4 - 4i$

POTENCIAÇÃO de parte complexa (i)

$i^0 = 1$

$i^1 = i = \sqrt{-1}$

$i^2 = (\sqrt{-1})^2 = -1$

$i^3 = i^2 . i = -1 . i = -i$

$i^4 = i^2 * i^2 = (-1)(-1) = 1$

• Para números elevados a potência maior que 3 é preciso dividir o expoente por 4.

$i^{25} = ?$

$$\begin{array}{r|l} 25 & 4 \\ -24 & 6 \\ \hline 1 & \end{array}$$

E considerar o resto.

$\Rightarrow i^1 = i$

$$\begin{array}{r|l} 202 & 4 \\ -20 & 50 \\ \hline 02 & \end{array}$$

$i^{202} = i^2 = -1$

• Multiplicação

$Z_1 = a+bi \quad Z_2 = c+di$

$(a+bi)(c+di)$

$ac + adi + cbi + bdi^2$

Ex.: $(2+3i)(1-4i) =$

$2 - 8i + 3i - 12i^2 \quad (-12).(-1)$

$2 - 5i + 12$

$14 - 5i$

• Divisão

$$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{Z_1}{Z_2} \cdot \frac{\bar{Z_2}}{\bar{Z_2}}$$

* Conjugado $\bar{Z}$

$Z = a+bi \rightarrow \bar{Z} = a-bi$

$$\frac{6-4i}{4+2i} \cdot \frac{4-2i}{4-2i} = \frac{24-12i-16i+8i^2}{16-16i+16i-4i^2}$$

$$\frac{24-28i-8}{16+4} = \frac{16-28i}{20} = \frac{16}{20} - \frac{28}{20}i \rightarrow \frac{4}{5} - \frac{7}{5}i$$

FOCA

QUESTÃO 1

Qual o resultado obtido com a realização da soma e da subtração, respectivamente, dos números complexos z1 = 3 + i e z2 = 1 + 2i?

$$Z_1 = 3 + i$$

$$Z_2 = 1 + 2i$$

$$Z_1 + Z_2 = (3+i) + (i+2i)$$

$$(3+1) + (1+2)i$$

$$4 + 3i$$

$$Z_1 - Z_2 = (3+i) - (1+2i)$$

$$(3-1) + (i-2i) \rightarrow (1-2)i$$

$$2 + (-i)$$

$$\underline{2 - i}$$

FOCA

QUESTÃO 2

O valor de z8, para z = 2 - 2i, é: (Lembre-se que i2 = -1)

a) 3024

b) 4096

c) 5082

d) 1294

$z^8 = (z^2)^4$

1°) $(2-2i)^2 = 2^2 - 2 \cdot 4i + 4i^2$

$\cancel{4} - 8i - \cancel{4}$

$z^2 = -8i$

2°: $(-8i)^4 = (-8)^4 \cdot (i)^4$

$4096 \cdot i^4$

$4096 \cdot 1$

4096

$\begin{array}{r|l} 8 & 4 \\ -8 & 2 \\ \hline (0) & \end{array}$

FOCA

QUESTÃO 3

Qual o resultado da divisão de 8-2i/ 1-i? (Lembre-se que i2 = -1).

a) 2 – 4i

b) 3 – 5i

c) 5 – 2i

d) 2 – i

x) 5+3i

$$\frac{8-2i}{1-i} \cdot \frac{1+i}{1+i} = \frac{8+8i-2i-2i^2}{1+\cancel{i}-\cancel{i}-i^2} \quad \begin{matrix} \to (-2).(-1) \\ \to -(-1) \\ +1 \end{matrix}$$

$$\frac{8+6i+2}{2} = \frac{10+6i}{2} = \frac{10}{2} + \frac{6i}{2} = \underline{5+3i}$$

FOCA

QUESTÃO 4

Sendo a = -4 + 3i , b = 5 - 6i e c = 4 - 3i , calcule o valor de a.c + b.

$a.c$

$(-4+3i)(4-3i) = -16+12i+12i-9i^2 \rightarrow -9.(-1)$
9

$-16+24i+9$

$-7+24i$

$(-7+24i)+(5-6i)$

$(-7+5)+(24i-6i)$

$\underline{-2+18i}$